



正比與反比

部編版(二)2-3

單元內容

1 正比的意義

n 正比:當 y 與 x 的比值是一個固定而且不為零的常數時,即 $\frac{y}{x} = k$ 或 $y = kx$ 時,稱 y 與 x 成正比或正變, k 稱為比例常數。

※ 相除不變稱為正變, x 大則 y 大, x 小則 y 小。

【說明】 $y:x=5$ 即 $\frac{y}{x}=5$ 是一個正比關係式, $y=5x$ 中 y 和 x 保有比值永遠是固定值 **5** 的關係。

【說明】 4°C 的水的密度永遠是 **1**, 即 $\frac{\text{水的重量}}{\text{水的體積}} = 1$, 這也是正比的關係。

範例講解

Ex1. 下列關係式中有那些 x 與 y 成正比?

(1). $y = \frac{2}{x}$ (2). $3y = 4x$ (3). $y = x^2$ (4). $y = 5x + 1$

Hw1. 已知三角形面積 = 底 \times 高 $\div 2$, 下列各敘述中何者是正確的?

- (1). 如果底固定, 則三角形面積與高成正比。
- (2). 如果底固定, 則三角形面積與 (高 $\div 2$) 成正比。
- (3). 如果高固定, 則三角形面積與底成正比。
- (4). 如果面積固定, 則底與高成正比。

Ex2.

(1). 下列何者表示 x 、 y 成正比? (A) $xy = 3$ (B) $x = \frac{3}{y}$ (C) $3x = 2y$ (D) $y = 3x - 4$ 。

(2). 梯形面積與下列何者成正比? (A) 梯形的上底 (B) 梯形的下底 (C) 梯形的高 (D) 以上皆是。

(3). 下列哪一組非正比的關係? (A) 鉛筆的枝數和總價錢 (B) 阿扁的年齡與身高 (C) 圓的直徑和周長 (D) 時間固定、速率和路程。

Hw2.

(1). 下列哪一個關係式表示 y 與 x 成正比? (A) $3y = 5x$ (B) $y = \frac{1}{4x}$ (C) $y = x^2$ (D) $y = 2 + 3x$ 。

(2). 下列何者成正比? (A) 程立的年齡和身高 (B) 圓的半徑和面積 (C) 志鈴的身高和體重 (D) 正方形的邊長和周長。

(3). 下列哪一組數量關係成正比? (A) 純梅的身高和體重 (B) 神眉的年齡和身高

(4). $y=2x-4$ ，則 y 與下列何者成正比？(A) $x-4$ (B) 2 (C) x (D) $x-2$ 。

Ex3.

- (1). 已知 y 與 x 成正比，且當 $x=12$ 時， $y=18$ ，若 $x=11$ 時， $y=?$
- (2). $y+6$ 與 x 成正比，當 $x=30$ 時， $y=4$ ，則 $x=10$ 時， $y=?$
- (3). y 與 x^2+4 成正比，若 $x=2$ 時， $y=24$ ，則 $x=4$ 時， $y=?$
- (4). $3y$ 與 $(x+4)$ 成正比且 $x=20$ 時， $y=2$ ，則 $y=18$ 時， $x=?$

Ex4.

- (1). 若 x 與 y 成正比，且 $x=1\frac{1}{2}$ 時 $y=2\frac{1}{3}$ ，求 $x、y$ 的關係式。
- (2). 某物質的密度為 0.7 公克／立方公分，若其重量為 x 公克，體積為 y 立方公分。請回答下列問題：
 - a. 求 y 與 x 的關係式。
 - b. 若該物質重 84 公克，則其體積為多少立方公分？

Ex5. y 與 x^2 成正比，若 x 變成原來的 4 倍，則 y 變成原來的多少倍？

Ex6. 郁婷以時速 x 公里的速度開車到臺北要 3 小時，若想提早 1 個小時到臺北，則時速是多少？

Ex7. 永慶存 300000 元到銀行，一年得 4500 元利息，如果想要一年得 7500 元的利息，則要增加存款多少元？

Ans: 200000

(C) $\frac{y}{2.5}=x$ 中， $x、y$ 的關係(D) 阿姆斯特壯

的體重與腰圍。

(4). $y-1=3x+2$ ，則 y 與下列何者成正比？

(A) $x+3$ (B) $x+1$ (C) x (D) $3x+2$ 。

Hw3.

- (1). 若 $x、y$ 成正比，而 $y=-\frac{3}{5}$ 時， $x=-6$ ，則 $x=-8$ ， $y=?$
- (2). $3-y$ 與 $2+5x$ 成正比， $y=5$ 時， $x=-2$ ，求 $x=14$ 時， $y=?$
- (3). y^2 與 $3x$ 成正比， $y=15$ 時， $x=15$ ，則 $y=5$ 時， $x=?$
- (4). x 與 $\frac{1}{y}$ 成正比且 $x=15$ ， $y=3$ ，則當 $y=9$ 時， $x=?$

Hw4.

- (1). 已知 y 與 x 成正比，且當 $x=26$ 時， $y=78$ 。請回答下列問題：
 - a. 求 x 與 y 的關係式。
 - b. 若 $x=6$ ，求 y 。
- (2). 若蘋果一個賣 x 元，且 200 元恰好可買 y 個。回答下列問題：
 - a. 求 x 與 y 的關係式。
 - a. y 與 x 是否成反比？

Hw5. y 與 x^2 成正比，若 x 變成原來的 $\frac{1}{2}$ 倍，則 y 變成原來的多少倍？

Hw6. 某人以每小時 2.5 公里的平均速度花了 1 小時 12 分鐘從甲地到達乙地。如果回程時又已預計 1 小時返回甲地，請問回程平均時速最少要每小時多少公里？

Hw7. 柯男在銀行存款 400000 元，一年後領到利息 3500 元，如果柯男再增加 160000 元的存款，一年後共可領到利息多少元？

Ans: 4900

Ex8. 設紅寶石的價格與其寶石的重量平方成正比，訓謙有 25 克的紅寶石一塊，價值 125000 元，拿出賞玩時不慎摔裂二塊，重量比 3 : 2，求訓謙損失多少元？**60000**

Hw8. 圓面積與半徑的平方成正比，半徑 5cm 時，面積 78.75cm²，求半徑 12 公分時，面積多少 cm²？

2 反比的意義

n 正比:當 y 與 x 的乘積是一個固定而且不為零的常數時，即 $yx=k$ 或 $y=\frac{k}{x}$ 時，稱 y 與 x 成反比或反變。

※ 相乘不變稱為反變， x 大則 y 小， x 小則 y 大。

【說明】 $yx=5$ 即 $y=\frac{5}{x}$ 是一個反比關係式， $yx=5$ 中 y 和 x 保有乘積永遠是固定值 5 的關係。

範 例 講 解

Ex9.

(1). 下列何者表示 x 、 y 成反比？(A) $2x=\frac{1}{2}y$
(B) $6x=-6y$ (C) $x=\frac{3}{y}$ (D) $y=\frac{x}{2}$ 。

(2). $D=\frac{M}{V}$ ， D 代表密度， M 是質量， V 是體積，則何者正確？(A) D 、 M 成反比(B) D 、 V 成反比(C) M 、 V 成反比(D) 以上皆非。

(3). 下列哪一組成反比的關係？(A) 正方形的周長和面積(B) 圓的半徑與周長(C) 1 天 24 小時，白天的時數和夜晚的時數(D) 距離固定時速率與時間。

Hw9.

(1). 下列哪一個關係式表示 y 與 x 成反比？(A) $\frac{y}{x}=3$ (B) $y=5x+8$ (C) $\frac{y}{5}=\frac{x}{6}$
(D) $\frac{x}{3}=\frac{2}{y}$ 。

(2). 下列各敘述何者正確？(A) 當面積固定時，長方形的長與寬成正比(B) 已知 a 、 b 均為正數，且 $2a=5b$ ，則 $a>b$ (C) 每天的晝長與夜長成反比(D) 當高固定時，三角形的面積與底成反比。

(3). 下列何者是反比？(A) 長方形周長一定時，長和寬的關係(B) 梯形的上底和面積的關係(C) 正方形的邊長和周長(D) 長方形面積固定時長和寬的關係。

Ex10.

(1). 若 y 與 x 成反比，且當 $x=12$ ， $y=6$ ，求 $x=3$ 時， $y=?$

(2). $x-8$ 與 $y+2$ 成反比，當 $x=10$ 時， $y=?$

Hw10.

(1). y 與 x 成反比且 $x=2.25$ ， $y=8$ ，則當 $y=12$ 時， $x=?$

(2). $(y+3)$ 與 $(x-4)$ 成反比，當 $x=?$

<p>2，則 $x=4$ 時，$y=?$</p> <p>(3). y^2 與 x 成反比且 $y=3$ 時，$x=5$，則 $y=4$ 時，$x=?$</p> <p>(4). 已知 y 與 x 成反比，且當 $x=5$ 時，$y=12$。回答下列問題：</p> <p>a. x 與 y 的關係式為何？</p> <p>b. 當 $x=6$ 時，$y=?$</p>	<p>12 時，$y=5$，若 $x=8$ 時，$y=?$</p> <p>(3). $3y$ 與 $2x^2$ 成反比，且 $x=4$ 時，$y=12$，則 $x=8$ 時 $y=?$</p> <p>(4). y 與 x 成反比，當 $x=8$ 時，$y=-\frac{1}{2}$，求 x、y 的關係式？</p>
<p>Ex11.</p> <p>(1). 有兩個面積相等的三角形，底邊比是 5 : 3，求高的比？</p> <p>(2). 程立走一段路程，速率變成 $\frac{3}{5}$ 倍，則所需時間變成原來的多少倍？</p>	<p>Hw11.</p> <p>(1). $x : y = \frac{3}{5} : \frac{1}{4}$，則 $x : y$ 的反比 = ？</p> <p>(2). 鹿港到彰化分速 90 公尺則 45 分可到達，若分速 75 公尺，多少分鐘可到達？</p>
<p>Ex12. 已知有一圓柱體的體積為 2 立方公尺。若設底面積為 x 平方公尺，高為 y 公尺。試回答下列問題：</p> <p>(1). x 與 y 的關係式為【 】。</p> <p>(2). 若高為 50 公分，則底面積為【 】平方公尺。</p> <p>(3). 若底面積為 10000 平方公分，則高為【 】公尺。</p>	<p>Hw12. 程立老師準備 240 顆「章魚小丸子」要請 a 位同學吃，且每人吃 b 顆，則</p> <p>(1). x 與 y 的關係式為【 】。</p> <p>(2). 若 $a=48$ 時，$b=?$</p> <p>(3). 若 $b=20$ 時，$a=?$。</p>
<p>Ex12.30 人合作 40 天完成的工作，如果想在 25 天完工要增加多少人？</p>	<p>Hw12. 有一工程，如果每名工人每天工作 8 小時，則 15 天可以完成，如果想提早 3 天完成，則每名工人每天要加班幾小時。</p>
<p>Ex13. 某人以每小時 2 公里又 500 公尺的平均速度，從甲地走到乙地花了 2 小時又 24 分鐘。當他從乙地返回甲地時，預計在 2 個小時內要到達甲地，則回程的平均速度最少必須為每小時幾公里？</p> <p><i>Ans: 3</i></p>	<p>Hw13. 家芸以每小時 5km 又 500 公尺的平均速度花了 3 小時 24 分到達目的地，如果家芸預計在 2 小時 15 分到達目的地，則每小時平均速度要多少公里？</p> <p><i>Ans: $8\frac{14}{45}$</i></p>
<p>Ex14. 有一空水槽 2400 公升，尙流梅接一水管注入水，每分鐘可注入水 x 公升，則需 y 小時可將水槽裝滿水，則：</p> <p>(1). 求 x、y 的關係式。</p> <p>(2). 每分鐘注水 30 公升，則注滿水槽要多少分鐘？</p>	<p>Hw14. 有一空水槽 1800 公升，尙流梅接一水管注入水，每分鐘可注入水 x 公升，則需 y 小時可將水槽裝滿水，則：</p> <p>(1). 求 x、y 的關係式。</p> <p>(2). 每分鐘注水 15 公升，則注滿水槽要多少分鐘？</p>

習

合

應

用

Ex15. 真好吃肉包店，特產大肉包 1 個 15 元，但包裝紙每個 1 元，如表是購買大肉包的數量及價格的關係表：用 a 代表包子個數， b 代表價格數，試問：

包子 (個)	1	2	3	4
價格 (元)	16	31	46	61

- (1). a 、 b 的關係式？
 (2). a 與何者成正比？

Hw15. 有一個長方形面積 100 平方公分，長以 x 表示，寬以 y 表示， x 、 y 表示如表：

長 (x)	50		95	100
寬 (y)		$\frac{5}{4}$		

- (1). 完成表格。
 (2). y 、 x 的關係式為何？
 (3). y 與 x 的關係是正比或反比？

Ex16.

- (1). 如表，甲、乙的關係是 (A) 成正比 (B) 成反比 (C) 成等比 (D) 不成正比也非反比。

甲	12	11	10	9	8
乙	7	6	5	4	3

- (2). $3y = 6x + 9$ ，則 y 與 $2(x+n)$ 成正比，則 $n = ?$

Hw16.

- (1). 一壺水沸騰後在室溫下，讓它自然冷卻。下面為冷卻時間和水溫的紀錄表：

時間 (分)	5	10	15	20	25
水溫 ($^{\circ}\text{C}$)	70	53	43	37	33

- 由上表可否得知冷卻時間和水溫成反比。
 (2). $3y + 8 = 2x + 16$ ，則 y 與 $x+m$ 成正比，則 $m = ?$

Ex17. 若 $y = 2x + 3$ ，則何者正確？(A) $y-3$ 與 x 成正比 (B) y 與 x 成反比 (C) y 與 x 成正比 (D) $y-3$ 與 x 成反比。

Hw17. $y = 3x + 9$ ，則 (A) y 與 x 成正比 (B) y 與 x 成反比 (C) y 與 $x+3$ 成正比 (D) y 與 $x-3$ 成正比。

Ex18.

- (1). 下列何者正確？(A) x 與 y 成正比，則 y 與 x 亦成正比 (B) x 與 y 成反比，則 y 與 x 成反比 (C) y 與 x 成反比，則 y 與 $\frac{1}{x}$ 成正比 (D) 以上皆正確。
 (2). x 、 y 成正比， y 、 z 成反比，則 x 、 z 成【 】比。
 (3). x 與 y 成正比， y 與 z 成正比，且 $x=4$ 時， $z=9$ ，則 $x=9$ 時， $z =$ 【 】。

Hw18.

- (1). y 與 x 成正比，則下列何者錯誤？(A) $y+2$ 與 $x+2$ 成正比 (B) $y+x$ 與 x 成正比 (C) $y-2x$ 與 x 成正比 (D) $y+x$ 與 $y-2x$ 成正比
 (2). x 、 y 成反比， y 、 z 成反比，則 x 、 z 成【 】比。
 (3). x 與 y 成反比， y 與 z 成反比，且 $x=6$ 時， $z=4$ ，則 $x=8$ 時， $z =$ 【 】。