

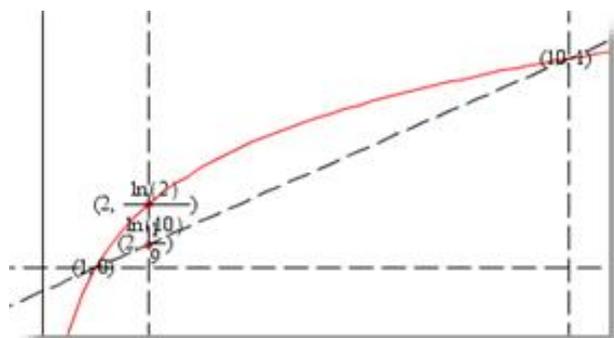
▼ B2-1-5 對數查表與內插法

班號：

姓名：

▼ 本節提要

本節主要在介紹對數值的求法(含內插法及查表法)及其應用。



- 1 常用對數表
- 2 對數值的求法
- 3 對數的首數與尾數
- 4 對數查表應用

▼ 1 常用對數表

▼ 重點

常用對數

- 以10為底的對數稱為「常用對數」,以 \log_{10} 表示,亦可不寫底數10而簡寫為 \log
例如： $\log_{10} 2 = \log 2$

[註]: 對數有三種:一般對數,常用對數和自然對數.

$$\left[\begin{array}{l} \text{一般對數 } \log_a x \quad (a > 0, a \neq 1) \\ \text{常用對數 } \log_{10} x = \log x \\ \text{自然對數 } \log_e x = \ln x \quad [\text{註}] : e = \lim_{t \rightarrow 0} (1 + t)^{\frac{1}{t}} = 2.71828 \dots \end{array} \right.$$

常用對數表

- 「常用對數表」是將1到10之間的常用對數值列表,表中可直接查出含最多三位小數真數的常用對數值($\log 1.000$ 到 $\log 9.999$),由於表中的數值均為小數點後第五位四捨五入的結果,因而查表所得的對數值均為0到1之間具四位有效數字的小數,故表中只列出這些正實數的小數部份.

x	...4...	表尾差		
		6...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	1271	⋮	⋮	19	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

[例如]: $\log \underline{1.34} \overset{6}{\hat{}} = 0.1271 + 0.0019 = 0.1290$

[註]: 「對數表」有兩種:「常用對數表」與「自然對數表」.

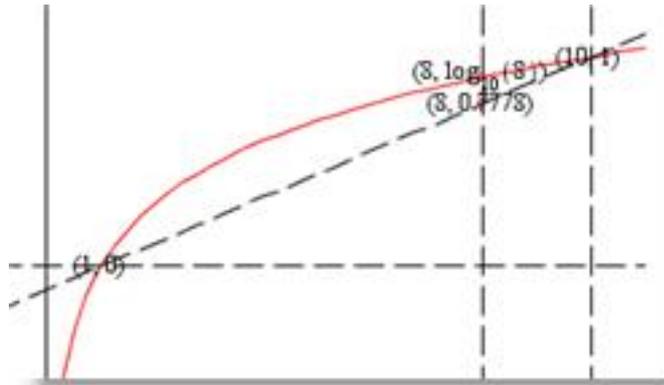
▼ 2 對數值的求法

▼ 重點

對數值的求法

對數值的求法主要有以下幾種：

- 應用「對數律」直接求出
[例如]: $\log_2 8 = 3$
- 應用「內插法(比例法)」算出對數的近似值
[例如]:



$$\frac{y - 0}{10 - 0} = \frac{8 - 1}{10 - 1}$$

$$y = \frac{7}{9} \approx 0.777 \approx 0.7$$

$\log_8 8 \approx 0.7$ (粗略值)

- 利用「查表法(常用對數表)」並應用對數律求出任意對數值
[例如]: (一)常用對數值

x	...4...	表尾差		
		6...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	1271	⋮	⋮	19	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$$\log \widehat{1.346} = 0.1271 + 0.0019 = 0.1290$$

(二)一般對數值(先換底,再查表)

$$\log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0.4771}{0.3010} \approx 1.5850$$

▼ 例題

▼ 例題1 對數律求對數值

老師講解

學生練習

$$\log_2 64 = ?$$

$$\log_3 81 = ?$$

[簡答]: 4

▼ 例題2A 內插法求對數值

老師講解

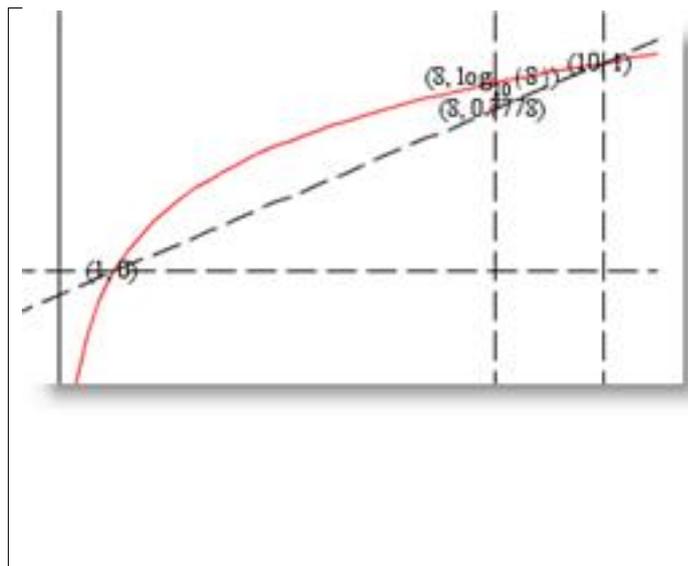
學生練習

應用內插法求出對數 $\log 8$ 的近似值?
 $\log 1 = 0, \log 10 = 1$

應用內插法求出對數 $\log 9$ 的近似值? $\log 1 = 0, \log 10 = 1$

[簡答]: 0.8

▼ 詳解



▼ 例題2B 內插法求對數值

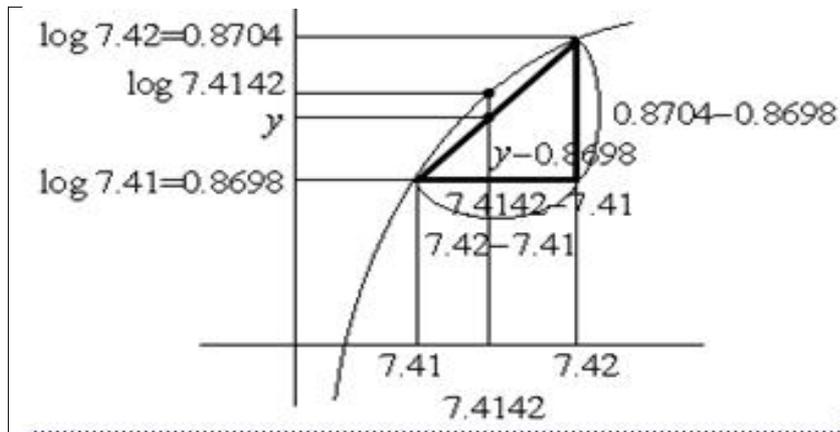
老師講解

學生練習

已知 $\log 7.41 = 0.8698$, $\log 7.42 = 0.8704$, 試利用線性內插法求 $\log 7.4142$ 的近似值

已知 $\log 3.47 = 0.5403$, $\log 3.48 = 0.5416$, 試利用線性內插法求 $\log 3.4772$ 的近似值
[簡答]: 0.541236

▼ 詳解



▼ 例題3A 查表法求對數值(兩位小數)

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求 $\log 1.34$

試利用常用對數表求 $\log 3.47$
[簡答]: 0.5403

▼ 詳解

x	/ 4 /	/ /
⋮	⋮	⋮
13	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮

$$\log \underbrace{1.34}_{\text{左}}^{\text{上}} =$$

▼ 例題3B 查表法求對數值(三位小數,含表尾差)

老師講解

學生練習

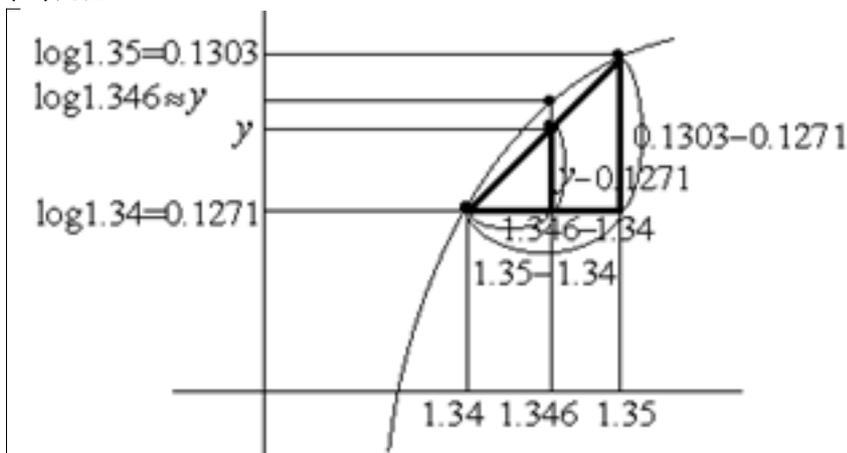
試利用常用對數表求 $\log 1.346$

試利用常用對數表求 $\log 3.479$

[簡答]: 0.5414

▼ 詳解

▼ (一)內插法



▼ (二)查表法

x	//4//	//	表尾差		
			//	//6//	//
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
13	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

$\log \hat{1.346} =$

▼ 例題4 常用對數查表

老師講解

學生練習

已知 $\log 2 = 0,3010$
, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$, 試求下列各
對數之值

(1) \log_4

(2) \log_5

(3) \log_6

(4) \log_8

(5) \log_9

(6) $\log_2 3$

▼ 例題5A 對數查表應用

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求 $\log 134$

試利用常用對數表求 $\log 347$

[簡答]: [2.5403](#)

▼ 例題5B 對數查表應用

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求 $\log 1346$

試利用常用對數表求 $\log 3479$

[簡答]: [3.5414](#)

▼ 例題5C 對數查表應用

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求 $\log 0.0134$

試利用常用對數表求 $\log 0.347$

[簡答]: [0.4597](#)

▼ 例題6 對數查表應用

老師講解

學生練習

若 $\log 1999 = 3.3008$, 試求 $\log 19.99$

▼ 例題7A 對數表反查

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求出 $\log x = 0.1875$ 中之 x 值

試利用常用對數表求出 $\log x = 0.8338$ 中之 x 值

[簡答]: [6.82](#)

▼ 詳解

x	///	///
⋮	⋮	⋮
⋮	1875	⋮
⋮	⋮	⋮

$$\log x = 0.1875 = \log$$

$$x =$$

▼ 例題7B 對數表反查(含表尾差)

老師講解

學生練習

試利用常用對數表求出 $\log x = 0.4823$ 中之 x 值

試利用常用對數表求出 $\log x = 0.8340$ 中之 x 值
[簡答]: 6.823

▼ 詳解

x	///	///	表尾差		
			///	///	///
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

[

▼ 3 對數的首數與尾數

▼ 重點

對數的首數與尾數

$$a = 10^{\log a} = 10^{n.f} = 10^{0.f} \mathbf{C} n = 10^{0.f} \# 10^n = 10^{\overbrace{\log b}^{\text{尾數}}} \# 10^{\overbrace{n}^{\text{首數}}} = b \# 10^n \quad (1 \% b ! 10, n \geq 2)$$

[例如]:

$$2^{10} = 10^{\log 2^{10}} = 10^{10 \# \log 2} = 10^{3.010} = 10^{0.0100} \# 10^3 \mathbf{Z} 10^{\log 1.023} \# 10^3 = 1.023 \# 10^3 = 1023$$

[註]: $2^{10} = 1024$

$$\log a = \log b \mathbf{C} n \quad (0 \% \log b ! 1)$$

尾數 首數
(正小數) (整數)

$$[\text{例如}]: \log 200 = \log(2.00 \# 10^2) = \log 2.00 \mathbf{C} 2 \mathbf{Z} 0.3010 \mathbf{C} 2 = 2.3010$$

對數的首數與尾數應用(求整數的位數)

$$\text{整數 } a = 10^{\log b \mathbf{C} n} = b \# 10^n \text{ 中, 可得知其位數為 } n \mathbf{C} 1 \text{ 位, 首位數字為 } b \text{ 之個位數字, 而 } a \text{ 之小數部分在小數點後第 } n \text{ 位以前均為 } 0 \text{ (但第 } n \text{ 位為第一個有效數字)}$$

[例如]:

$$2^{20} = 10^{\log 2^{20}} = 10^{20 \# \log 2} = 10^{6.020} = 10^{0.0200} \# 10^6 \mathbf{Z} 10^{\log 1.047} \# 10^6 = 1.047 \# 10^6 = 1047000$$

為7位數

[註]: $2^{20} = 1048576$

對數的首數與尾數應用(求小數點以下第一個非零數字)

$$\text{小數 } a = 10^{\log b \mathbf{C} n} = b \# 10^n \text{ 中, 可得知小數部分至小數點後第 } (kn) \text{ 位始出現非零數字 (前 } k(n-1) \text{ 位均為 } 0 \text{).}$$

[例如]:

$$2^{k20} = 10^{\log 2^{(k20)}} = 10^{(k20) \# \log 2} = 10^{k6.020} = 10^{0.9800} \# 10^{k7} \mathbf{Z} 10^{\log 9.55} \# 10^{k7} = 9.55 \# 10^{k7}$$

[註]: $2^{k20} = 9.536743164 \# 10^{k7}$

▼ 例題

▼ 例題8 對數的首數與尾數應用(求整數的位數)

老師講解

2^{100} 乘開後是幾位數?其**最高位數字**為何?
(已知 $\log 2 = 0.3010$)

學生練習

3^{100} 乘開後是幾位數?其**最高位數字**為何?
(已知 $\log 3 = 0.4771$)

[簡答]: 48位數, 首位數字為5

▼ 例題9 對數的首數與尾數應用(求整數的位數)

老師講解

$1\text{C}2\text{C}2^2\text{C}/\text{C}2^{100}$ 是幾位數?其**最高位數字**為何?
(已知 $\log 2 = 0.3010$)

學生練習

$1\text{C}2\text{C}2^2\text{C}/\text{C}2^{30}$ 是幾位數?其**最高位數字**為何?
(已知 $\log 2 = 0.3010$)

[簡答]: 10位數, 首位數字為2

▼ 整理

Note

$$\cdot S_n = a \# \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

▼ 例題10 對數的首數與尾數應用(求整數的位數)

老師講解

學生練習

已知 7^{100} 為85位數， 11^{100} 為105位數，則 77^{20} 為幾位數?

已知 11^{40} 為42位數， 13^{60} 為67位數，則 143^{10} 為幾位數?

[簡答]: 22位數

▼ 例題11 對數的首數與尾數應用(求小數點以下第一個非零數字)

老師講解

學生練習

$2^{k^{50}}$ 在小數點後第幾位才出現非零數字?此非零數字為何?(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

$2^{k^{32}}$ 在小數點後第幾位才出現非零數字?此非零數字為何?

(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$)

[簡答]: 第10位, 有效數字為2

▼ 例題12A 對數的首數與尾數

老師講解

已知 $\log a = 9.3310$, 求
(1) a 的整數部份是幾位數?
(2) a 之首位數字為何?

學生練習

已知 $\log a = 4.0516$, 求
(1) a 的整數部份是幾位數?
(2) a 之首位數字為何?
[簡答]: (1)5位數 (2)1

▼ 例題12B 對數的首數與尾數

老師講解

已知 $\log a = \mathbf{K} 4.1241$, 求
(1)小數點後第幾位才出現非零數字?
(2)小數點後第一個非零數字為何?

學生練習

已知 $\log a = \mathbf{K} 4.097$, 求
(1)小數點後第幾位才出現非零數字?
(2)小數點後第一個非零數字為何?
[簡答]: (1)第5位 (2)7

▼ 4 對數查表應用

▼ 例題

▼ 例題13 常用對數應用(比較大小)

老師講解

學生練習

試比較下列各數的大小：

$$a = 2^{30}, b = 3^{20}, c = 5^{13}$$

(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

試比較下列各數的大小：

$$a = 2^{30}, b = 3^{20}, c = 5^{13}$$

(已知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

[簡答]: $b \circ c \circ a$

▼ 例題14 常用對數應用(簡化乘法運算)

老師講解

學生練習

利用常用對數表求 $1.34 \# 3.47$ 之近似值

利用常用對數表求 $3.789 \# 1.856$ 之值

[簡答]: 7.032

▼ 例題15 常用對數應用(解對數不等式)

老師講解

學生練習

求滿足 $\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq \frac{1}{100}$ 的最小整數 n 為何?

求滿足 $\left(\frac{50}{49}\right)^n \geq 100$ 的最小整數 n 為何?

[簡答]: 228

▼ 例題16 常用對數應用(本息問題)

老師講解

王先生今年年初向銀行借款10000元，年利率12%，按月複利計息(月利率1%)，為期一年，則年底時應該還給銀行多少錢？($\log 1.01 = 0.0043$ ，元以下無條件進位)

學生練習

某甲在銀行存款10000元，其存款的年利率為1.2%，若每個月為一期，採用複利計息，求30年後的本利和

[簡答]: 13930 元

▼ 整理

$$\bullet A = P(1 + Cr)^n$$



▼ 例題17 常用對數應用(本息問題)

老師講解

某甲在銀行存款10000元，已知銀行的年利率是7%，如果以一年為一期的複利計算，那麼經過幾年後某甲在銀行存款的本利和會超過20000元？
($\log(1.07) = 0.0294$, $\log 2 = 0.3010$)

學生練習

某甲在股票市場裡買進賣出頻繁，假設每星期結算都損失該星期初資金的1%。經過一段時間，某甲發現資金總損失s已超過原始資金的一半，請問某甲進出股票市場至少多少個星期了？

($\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 11 = 1.0414$)

[簡答]: 69 星期