

正弦函數結論

1. 類型 $y = \sin x + k$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 0$ 時， $y = \sin x + k$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形向上移動 k 單位』。
- (2) 當 $k < 0$ 時， $y = \sin x + k$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形向下移動 k 單位』。
- (3) 綜合上述結果， $y = \sin x + k$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直方向(y)移動 k 單位， $k > 0$ 為向上， $k < 0$ 為向下』。

2. $y = k \cdot \sin x$

A、 $k > 0$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 1$ ， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮為 k 倍(伸長)』。
- (2) 當 $0 < k < 1$ ， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮成 k 倍(縮短)』。

例如： $k = 2$ 即是將 $y = \sin x$ 原始圖形在鉛直方向伸縮成 2 倍(變大)， $k = \frac{1}{2}$ 即是將 $y = \sin x$

原始圖形在鉛直方向伸縮成 $k = \frac{1}{2}$ 倍(變小)。

- (3) 綜上所述，當 $k > 0$ 時， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮為 k 倍($y = \sin x$ 和 x 軸相交處固定不動)， $k > 1$ 為伸長， $0 < k < 1$ 為縮短』。

B、 $k < 0$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k < -1$ ， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮為 $|k|$ 倍，再以 x 軸為對稱軸，作對稱圖形得 $y = -|k| \cdot \sin x = k \cdot \sin x$ 』。
- (2) 當 $-1 < k < 0$ ， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮為 $|k|$ 倍，再以 x 軸為對稱軸，作對稱圖形得 $y = -|k| \cdot \sin x = k \cdot \sin x$ 』。
- (3) 綜上所述，當 $k < 0$ 時， $y = k \cdot \sin x$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮為 $|k|$ 倍，再以 x 軸為對稱軸，作對稱圖形得 $y = -|k| \cdot \sin x = k \cdot \sin x$ ($y = \sin x$ 和 x 軸相交處固定不動)， $|k| > 1$ 為伸長， $0 < |k| < 1$ 為縮短』。

3. $y = \sin(x + k\pi)$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 0$ 時， $y = \sin(x + k\pi)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形向左移動 $k\pi$ 單位』。
- (2) 當 $k < 0$ 時， $y = \sin(x + k\pi)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形向右移動 $k\pi$ 單位』。
- (3) 綜合上述結果， $y = \sin(x + k\pi)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向移動 $k\pi$ 單位， $k > 0$ 為向左， $k < 0$ 為向右』。

例如： $y = \sin(x + \frac{1}{3}\pi)$ 將 $y = \sin x$ 圖形向左移動 $\frac{1}{3}\pi$ 單位， $y = \sin(x - \frac{1}{3}\pi)$ 將 $y = \sin x$ 圖形向右移動 $\frac{1}{3}\pi$ 單位。

4. $y = \sin(kx)$

A、 $k > 0$

從圖形變換得知：

(1) 當 $k > 1$ ， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{k}$ 倍(縮)』。

(2) 當 $0 < k < 1$ ， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向上伸縮成 $\frac{1}{k}$ 倍(伸長)』。

例如： $k = 2$ 即是將 $y = \sin x$ 原始圖形在水平方向伸縮成 $\frac{1}{k} = \frac{1}{2}$ 倍， $k = \frac{1}{2}$ 即是將 $y = \sin x$

原始圖形在水平方向伸縮成 $\frac{1}{k} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ 倍。

(3) 綜上所述，當 $k > 0$ 時， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{k}$ 倍， $k > 1$ 為縮短， $0 < k < 1$ 為伸長』。

B、 $k < 0$

從圖形變換得知：

(1) 當 $k < -1$ ， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍(縮)，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形。』

(2) 當 $-1 < k < 0$ ， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍(伸長)，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形。』

(3) 綜上所述，當 $k < 0$ 時， $y = \sin(kx)$ 的圖形是『將 $y = \sin x$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形； $|k| > 1$ 為縮短， $0 < |k| < 1$ 為伸長』。