

其他三角函數或其他函數 $f(x)$ 結論

1. 類型 $y=f(x)+k$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 0$ 時， $y=f(x)+k$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形向上移動 k 單位』。
- (2) 當 $k < 0$ 時， $y=f(x)+k$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形向下移動 k 單位』。
- (3) 綜合上述結果， $y=f(x)+k$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直方向(y)移動 k 單位， $k>0$ 爲向上， $k<0$ 爲向下』。

2. $y=k \cdot f(x)$

A、 $k > 0$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 1$ ， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮爲 k 倍(伸長)』。
- (2) 當 $0 < k < 1$ ， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮成 k 倍(縮短)』。

例如： $k=2$ 即是將 $y=f(x)$ 原始圖形在鉛直方向伸縮成 2 倍(變大)， $k=\frac{1}{2}$ 即是將

$y=f(x)$ 原始圖形在鉛直方向伸縮成 $k=\frac{1}{2}$ 倍(變小)。

- (3) 綜上所述，當 $k > 0$ 時， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮爲 k 倍($y=f(x)$ 和 x 軸相交處固定不動)， $k>1$ 爲伸長， $0 < k < 1$ 爲縮短』。

B、 $k < 0$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k < -1$ ， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮爲 $|k|$ 倍，再以 x 軸爲對稱軸，作對稱圖形得 $y=-|k| \cdot f(x)=k \cdot f(x)$ 』。
- (2) 當 $-1 < k < 0$ ， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮爲 $|k|$ 倍，再以 x 軸爲對稱軸，作對稱圖形得 $y=-|k| \cdot f(x)=k \cdot f(x)$ 』。
- (3) 綜上所述，當 $k < 0$ 時， $y=k \cdot f(x)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在鉛直(y)方向伸縮爲 $|k|$ 倍，再以 x 軸爲對稱軸，作對稱圖形得 $y=-|k| \cdot f(x)=k \cdot f(x)$ ($y=f(x)$ 和 x 軸相交處固定不動)， $|k| > 1$ 爲伸長， $0 < |k| < 1$ 爲縮短』。

3. $y=f(x+k)$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 0$ 時， $y=f(x+k)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形向左移動 k 單位』。
- (2) 當 $k < 0$ 時， $y=f(x+k)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形向右移動 k 單位』。
- (3) 綜合上述結果， $y=f(x+k)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向移動 k 單位， $k>0$ 爲向左， $k<0$ 爲向右』。

4. $y=f(kx)$

A、 $k > 0$

從圖形變換得知：

- (1) 當 $k > 1$ ， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向伸縮爲 $\frac{1}{k}$ 倍(縮)』。
- (2) 當 $0 < k < 1$ ， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向上伸縮成 $\frac{1}{k}$ 倍(伸長)』。

例如： $k=2$ 即是將 $y=f(x)$ 原始圖形在水平方向伸縮成 $\frac{1}{k}=\frac{1}{2}$ 倍， $k=\frac{1}{2}$ 即是將

$y=f(x)$ 原始圖形在水平方向伸縮成 $\frac{1}{k}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$ 倍。

(3) 綜上所述，當 $k>0$ 時， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{k}$ 倍， $k>1$ 為縮短， $0<k<1$ 為伸長』。

B、 $k<0$

從圖形變換得知：

(1) 當 $k<-1$ ， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍(縮)，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形。』

(2) 當 $-1<k<0$ ， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍(伸長)，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形。』

(3) 綜上所述，當 $k<0$ 時， $y=f(kx)$ 的圖形是『將 $y=f(x)$ 之圖形在水平(x)方向伸縮為 $\frac{1}{|k|}$ 倍，再以 y 軸為對稱軸，作對稱圖形； $|k|>1$ 為縮短， $0<|k|<1$ 為伸長』。